



ELP 304 : Cours 2

Circuits combinatoires

Michel Jézéquel
Département Électronique



Les circuits combinatoires

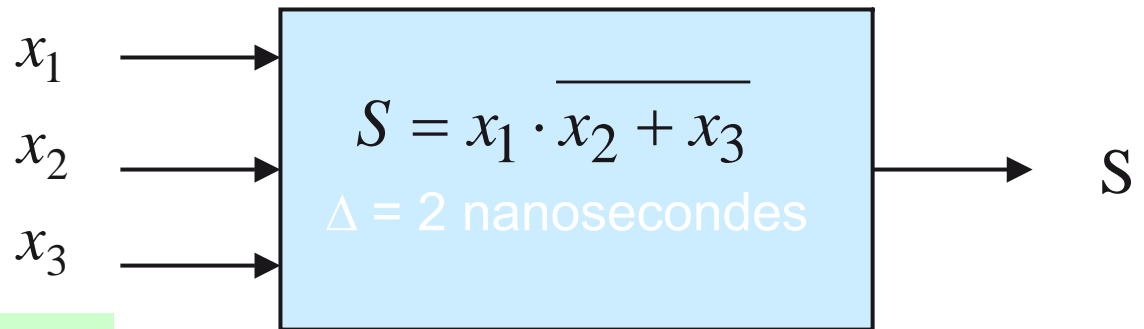
- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

Les circuits combinatoires

- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

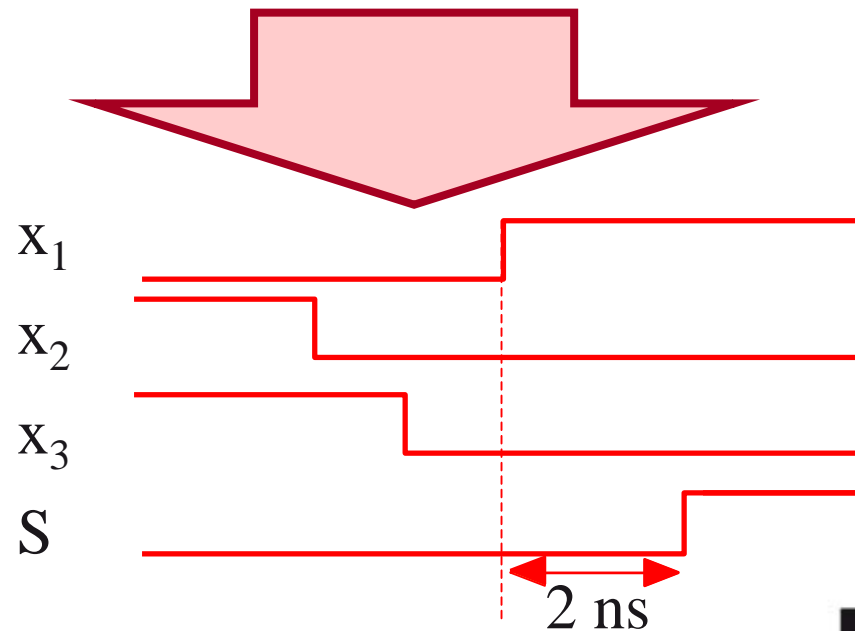
Définition

Exemple de modélisation d'un circuit combinatoire



Un circuit combinatoire est une mise en œuvre matérielle d'une fonction combinatoire

Un circuit combinatoire a des caractéristiques temporelles qui dépendent de la technologie employée



Définition

Circuits combinatoires versus Circuits séquentiels

□ Circuits combinatoires :

- C'est l'absence de mémoire qui caractérise les circuits combinatoires.
- Les sorties sont une fonction combinatoire des entrées: $S=f(E)$.
- A une configuration des entrées correspond une configuration unique des sorties.

□ Circuits séquentiels :

- Les sorties sont fonctions des entrées mais aussi de l'état interne du système.
- A une configuration des entrées peut correspondre plusieurs configurations des sorties.
- L'état interne du système est une trace du passé du système numérique.



Définition

■ Circuits combinatoires :

- C'est l'absence de mémoire qui caractérise les circuits combinatoires.
- Les sorties sont une fonction combinatoire des entrées: $S=f(E)$.
- A une configuration des entrées correspond une configuration unique des sorties.

■ Circuits Séquentiels :

- Les sorties sont fonctions des entrées mais aussi de l'état interne du système.
- A une configuration des entrées peut correspondre plusieurs configurations des sorties.
- L'état interne du système est une trace du passé du système numérique.

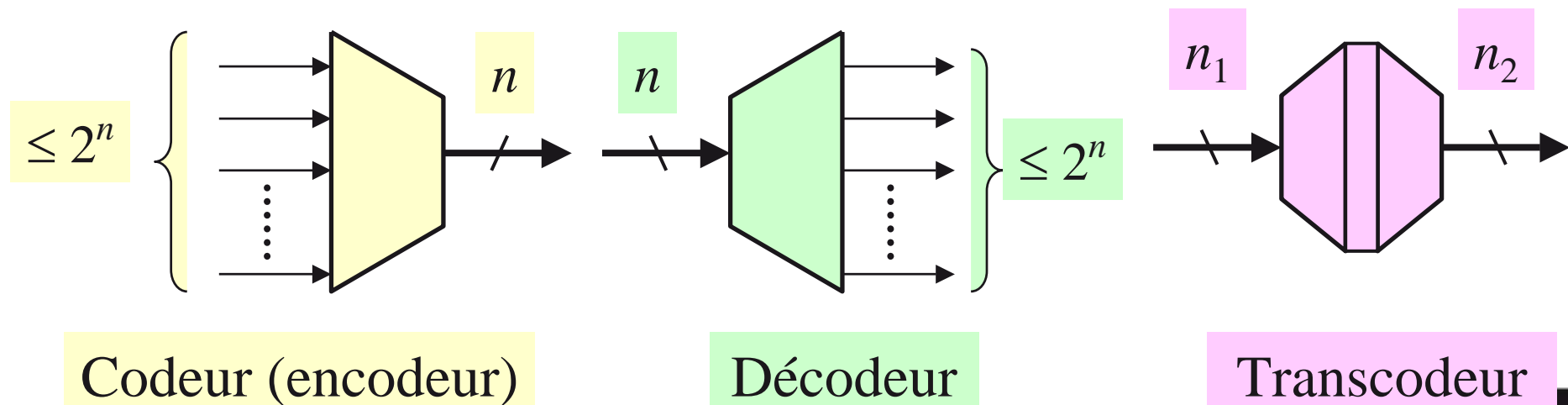
Les circuits combinatoires

- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

Les opérateurs de transcodage : définition

Un opérateur de transcodage est un circuit transformant une information présente en entrée sous une forme donnée (code 1) en la même information en sortie mais sous une autre forme (code 2)

Les trois types de transcodeurs



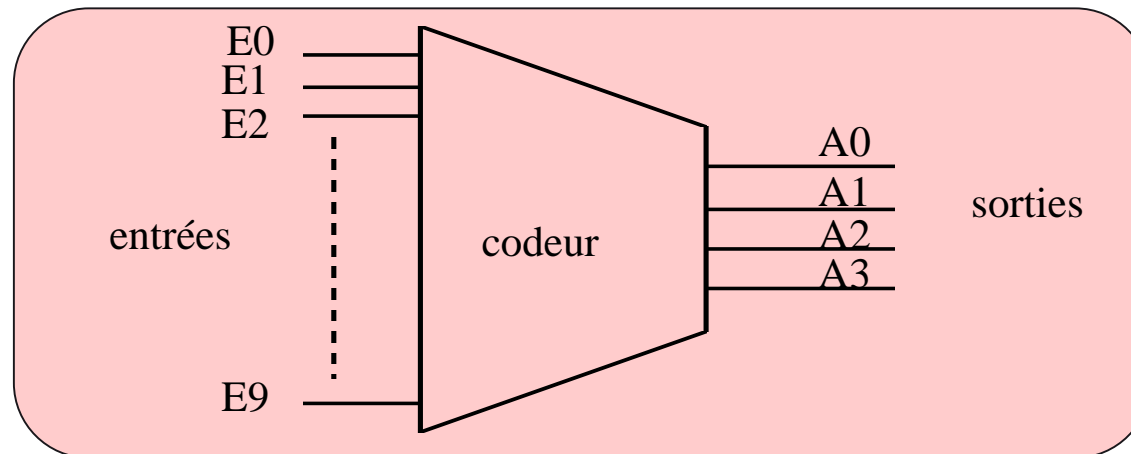
Les opérateurs de transcodage :

les codeurs

Classiquement pour un codeur, lorsqu'une entrée (sur les M) est activée, les sorties affichent le numéro de l'entrée active dans le code binaire choisi (sur n bits), tel que:

$$2^{n-1} < N \leq 2^n$$

Exemple: codeur décimal vers binaire (10 entrées vers 4 sorties)



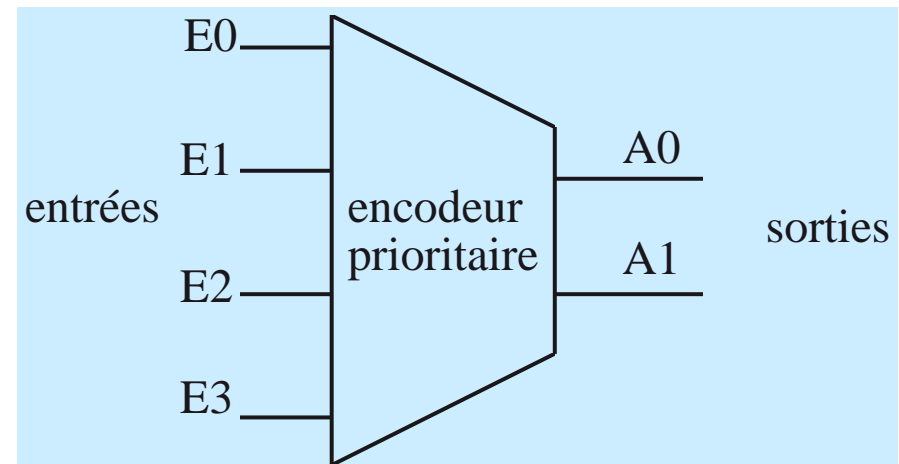
Ex: si $E_5=1$ et $E_i=0$ pour toutes les autres entrées, alors les sorties affichent $(A_3, A_2, A_1, A_0)=(0, 1, 0, 1)$.

Les opérateurs de transcodage : les codeurs prioritaires

Ce type de codeur fixe un ordre de priorité entre les entrées.
Pour un codage en binaire pur, le codeur prioritaire donne en
principe la priorité à l'entrée de poids le plus élevé.

Exemple: codeur prioritaire (4 entrées vers 2 sorties)

E3	E2	E1	E0	A1	A0
1	X	X	X	1	1
0	1	X	X	1	0
0	0	1	X	0	1
0	0	0	1	0	0

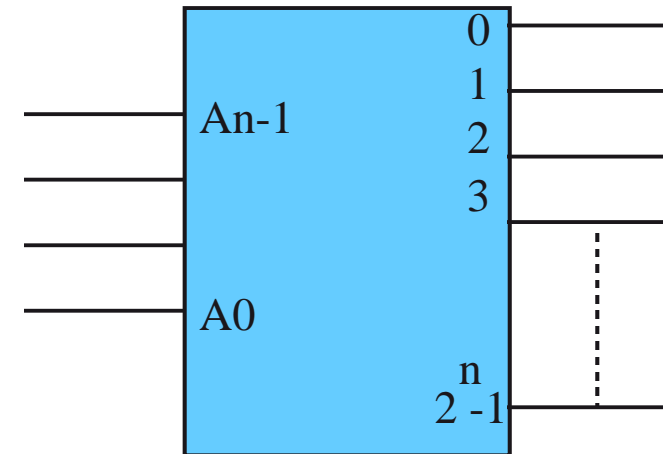


Équations de sortie :

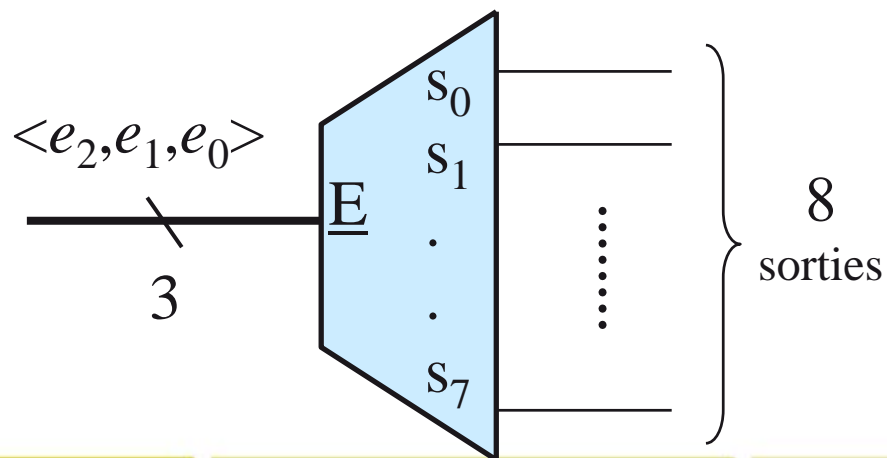
$$A_0 = E_3 + \overline{E_2} \cdot E_1 \quad A_1 = E_3 + E_2$$

Les opérateurs de transcodage : les décodeurs

- n entrées de données
- N sorties avec $N \leq 2^n$
- Une seule sortie est active à la fois
- Quand un nombre est codé en binaire pur à l'entrée, c'est la sortie correspondante qui est activée.



Exemple de décodeur binaire "1 parmi 8"



Equations de sortie

$$s_0 = \overline{e_2} \overline{e_1} \overline{e_0}$$

$$s_1 = \overline{e_2} \overline{e_1} e_0$$

$$s_2 = \overline{e_2} e_1 \overline{e_0}$$

etc.

Les opérateurs de transcodage : les décodeurs

Accroissement de capacité par association de circuits

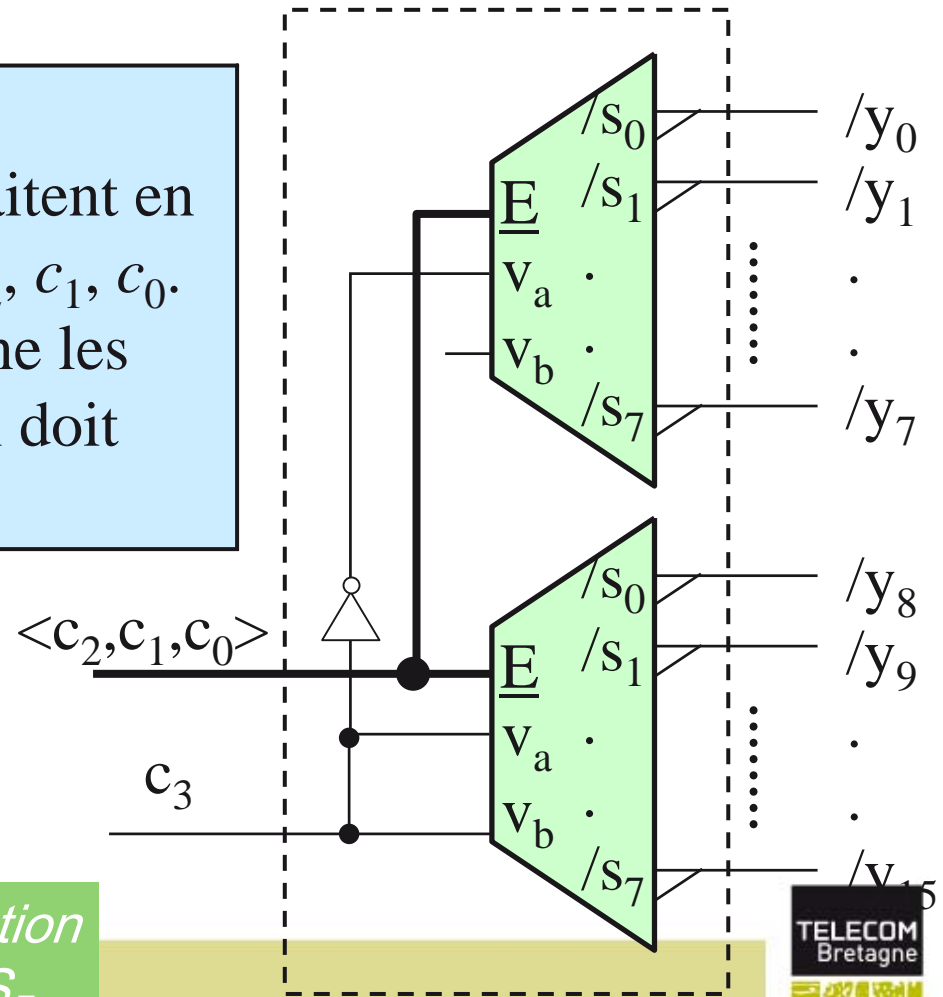
Réaliser un décodeur "1 parmi 16" à l'aide de décodeurs "1 parmi 8"

$$\begin{aligned}
 y_0 &= \overline{c_3} \overline{c_2} \overline{c_1} \overline{c_0} \\
 y_1 &= \overline{c_3} \overline{c_2} c_1 \overline{c_0} \\
 &\dots \\
 y_7 &= \overline{c_3} c_2 c_1 \overline{c_0} \\
 y_8 &= \overline{c_3} \overline{c_2} \overline{c_1} c_0 \\
 y_9 &= \overline{c_3} \overline{c_2} c_1 c_0 \\
 &\dots \\
 y_{15} &= c_3 c_2 c_1 c_0
 \end{aligned}$$

Solution :

deux décodeurs traitent en parallèle les bits c_2, c_1, c_0 .
Le bit c_3 sélectionne les sorties de celui qui doit être actif

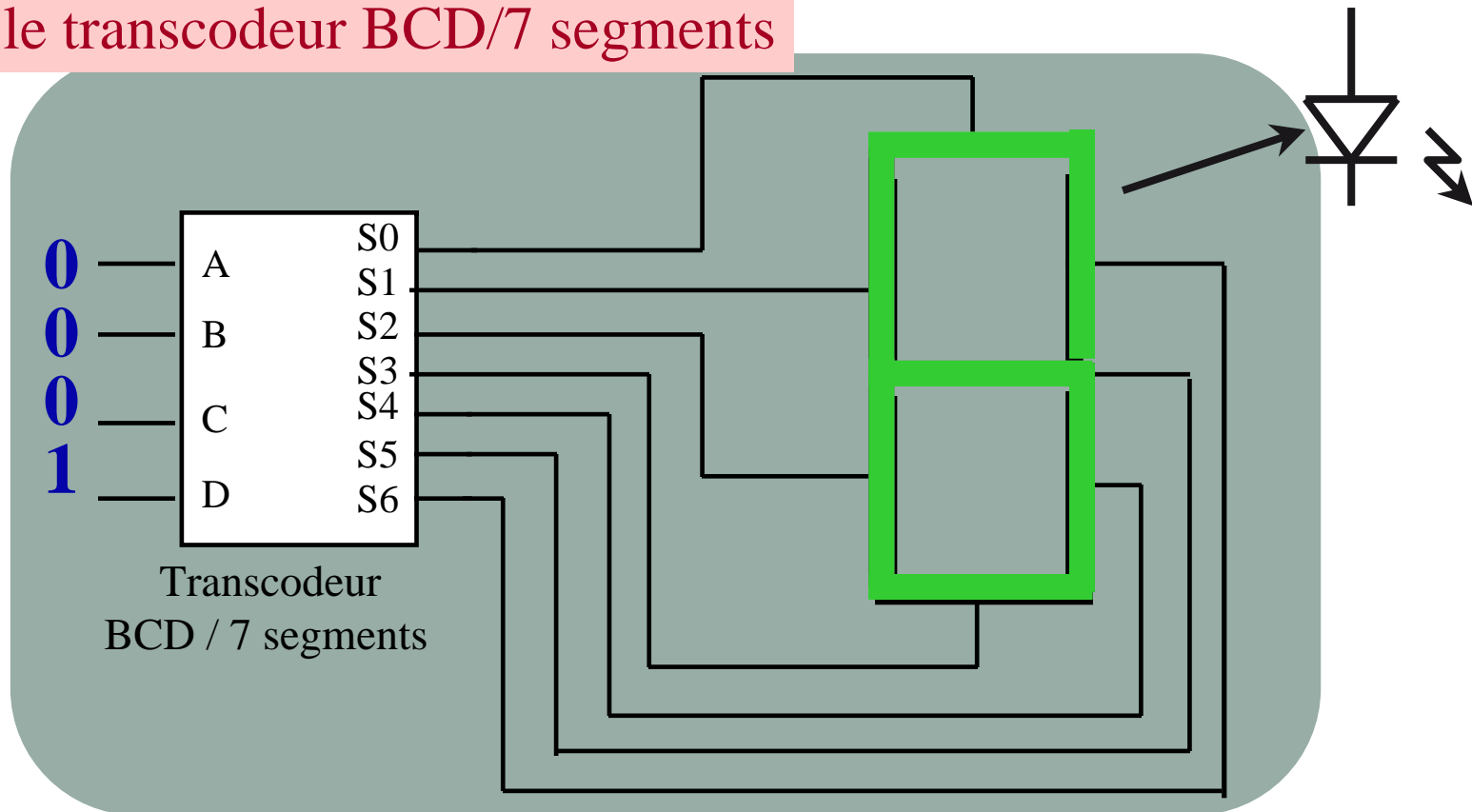
Schéma de principe



$V_a = \text{entrée de validation}$
 $V_b = S_0 + S_1 + \dots + S_7$

Les opérateurs de transcodage : les transcodeurs

Exemple: le transcodeur BCD/7 segments

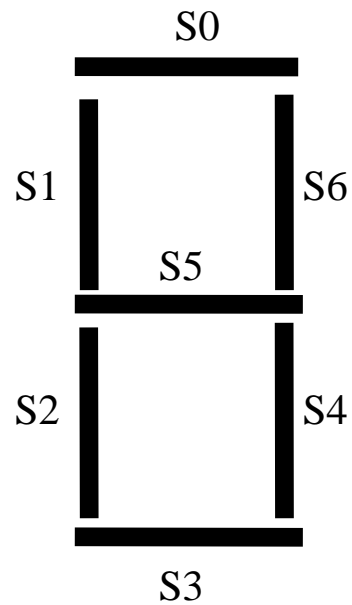


Il est souvent nécessaire de visualiser une information codée en binaire sur des afficheurs (7 segments) => convertisseur BCD (*Binary-Coded Decimal*) / 7 segments
=> convertisseur binaire pur / 7 segments

Les opérateurs de transcodage : les transcodeurs

Exemple: le transcodeur BCD/7 segments

Table
de
vérité



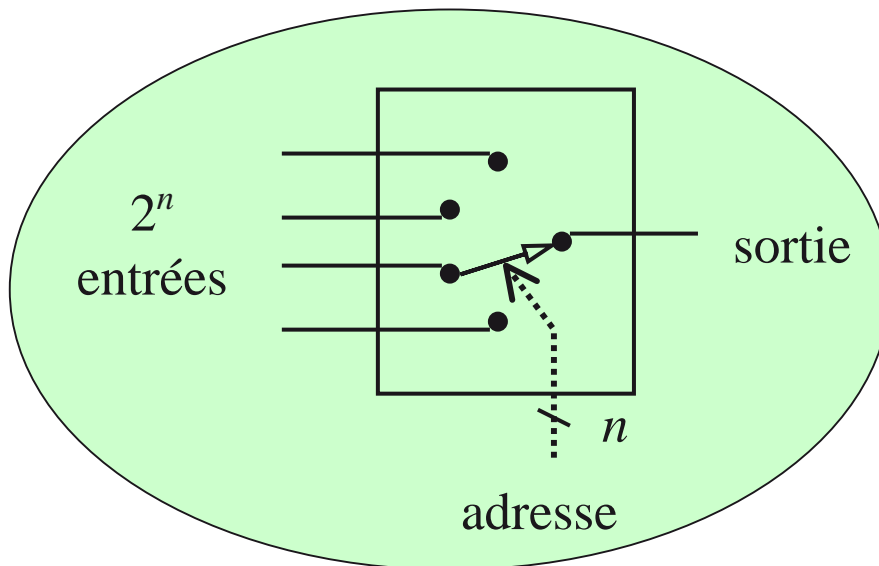
Code BCD				7 segments						
				S6	S5	S4	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

Les circuits combinatoires

- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

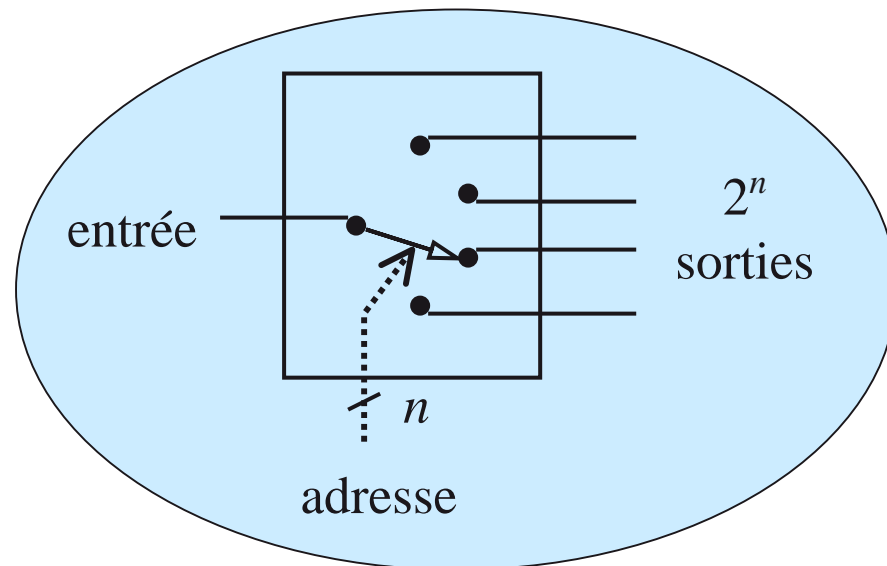
Les opérateurs d'aiguillage : définition

Multiplexeur



rôle : aiguiller un signal d'entrée parmi 2^n vers une sortie à l'aide de n bits d'adresse

Démultiplexeur



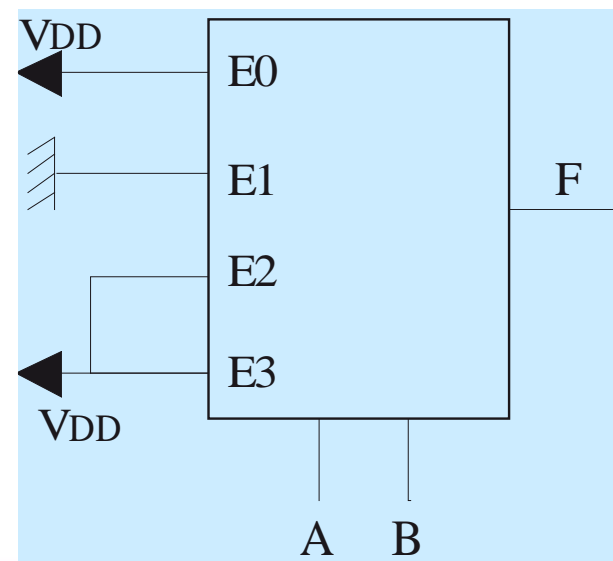
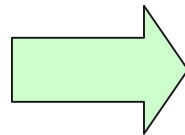
rôle : aiguiller un signal d'entrée vers une des 2^n sorties en fonction de l'état des bits d'adresse

Les opérateurs d'aiguillage : multiplexeurs

Applications des multiplexeurs

- **Conversion parallèle/série** : aiguiller les informations présentes en parallèle à l'entrée du MUX en des informations de type série en sortie ; toutes les combinaisons d'adresses sont énumérées une par une sur les entrées de sélection.
- **Réalisation de fonctions logiques** : toute fonction logique de N variables est réalisable avec un multiplexeur de 2^N vers 1

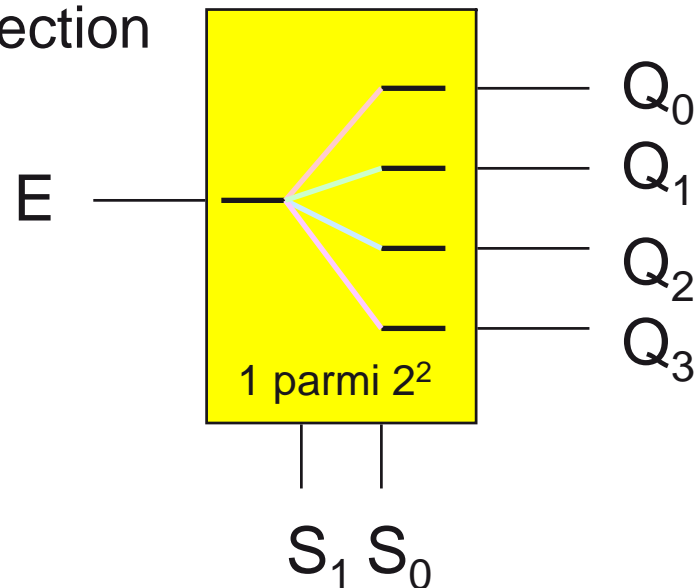
A	B	F(A,B)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



Les opérateurs d'aiguillage : démultiplexeurs

Les **démultiplexeurs** réalisent la fonction inverse du multiplexeur :

- 1 entrée de données
- n entrées de sélection
- $N = 2^n$ sorties



$$Q_0 = E \text{ si } (S_1 S_0)_2 = 0 \\ 0 \text{ sinon}$$

$$Q_1 = E \text{ si } (S_1 S_0)_2 = 1 \\ 0 \text{ sinon}$$

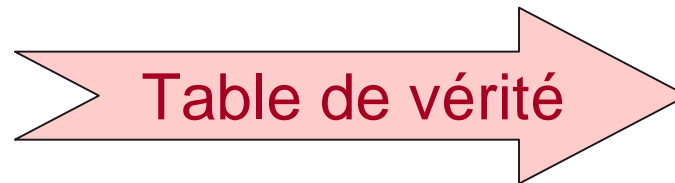
Applications: conversion d'une information de type série en une information de type parallèle.

Les circuits combinatoires

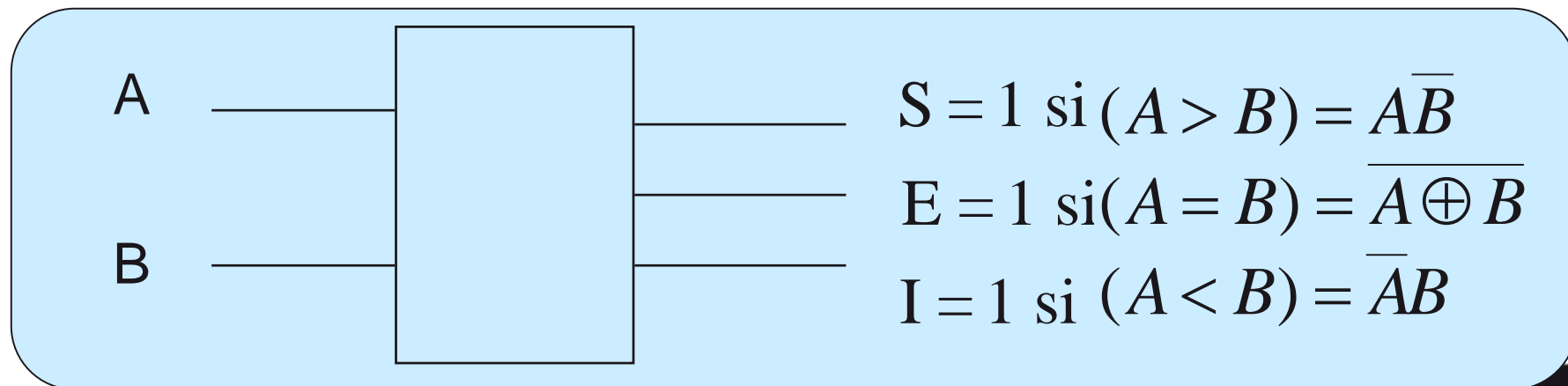
- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

Les opérateurs de comparaison : définition

Comparateur élémentaire :
opérateur capable de détecter
l'égalité et de comparer deux
nombres.



A	B	E (A=B)	S (A>B)	I (A<B)
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	1	0	0



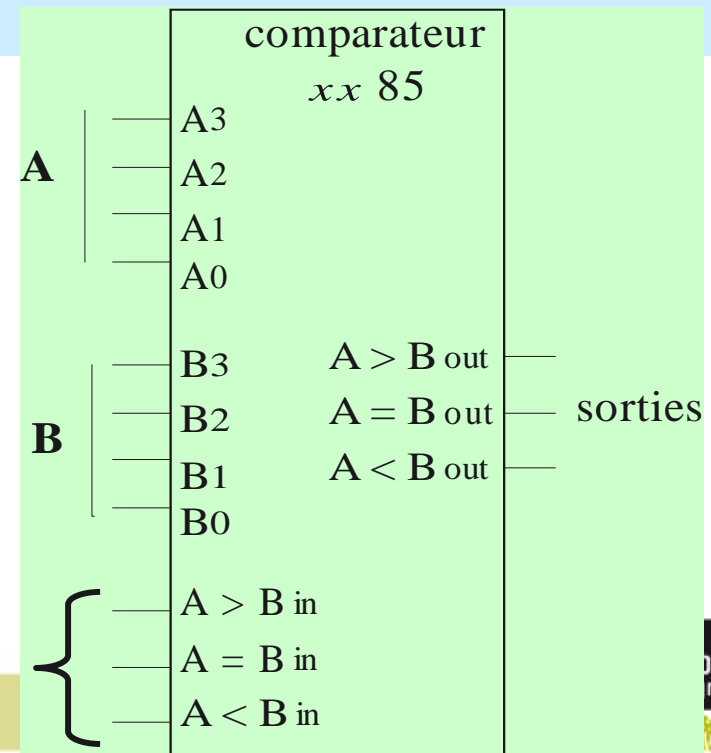
Les opérateurs de comparaison : comparateur complet

Exemple : comparer 2 mots de $n=4$ bits

- ✓ **E : A=B** si $A_3=B_3$ et $A_2=B_2$ et $A_1=B_1$ et $A_0=B_0$ (égalité)
- ✓ **S : A>B** si $A_3>B_3$ ou ($A_3=B_3$ et $A_2>B_2$) ou ($A_3=B_3$ et $A_2=B_2$ et $A_1>B_1$) ou ($A_3=B_3$ et $A_2=B_2$ et $A_1=B_1$ et $A_0>B_0$)
- ✓ **I : A<B** si $I = \overline{E + S}$

Réalisation possible à partir de 4 comparateurs de 2 bits ou utilisation d'un comparateur modulaire

Les entrées ($A_{in} > B_{in}$), ($A_{in}=B_{in}$) et ($A_{in}<B_{in}$) permettent de cascader les comparateurs



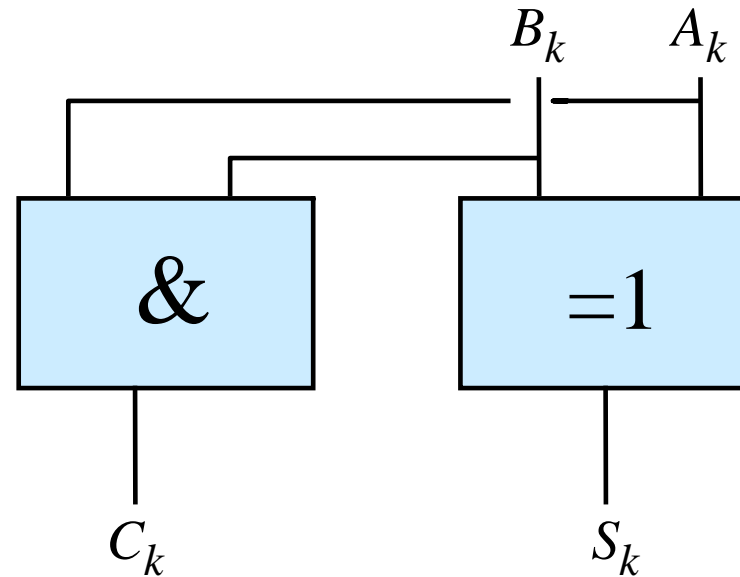
Les circuits combinatoires

- **Définition**
- **Les opérateurs de transcodage**
 - les codeurs
 - les décodeurs
 - les transcodeurs
- **Les opérateurs d'aiguillage**
 - les multiplexeurs
 - les démultiplexeurs
- **Les opérateurs de comparaison**
- **Les opérateurs arithmétiques**
 - les additionneurs
 - les multiplieurs
 - les unités arithmétiques et logiques

Les opérateurs arithmétiques : les additionneurs

Le demi additionneur prend en entrée 2 bits A_k et B_k et délivre en sortie leur somme S_k et la retenue (ou *carry*) C_k

A_k	B_k	C_k	S_k
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



$$C_k = A_k \cdot B_k \quad S_k = A_k \oplus B_k$$

Les opérateurs arithmétiques : les additionneurs

L'additionneur complet permet de prendre en compte une retenue entrante C_{k-1}

A_k	B_k	C_{k-1}	C_k	S_k
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

retenue entrante

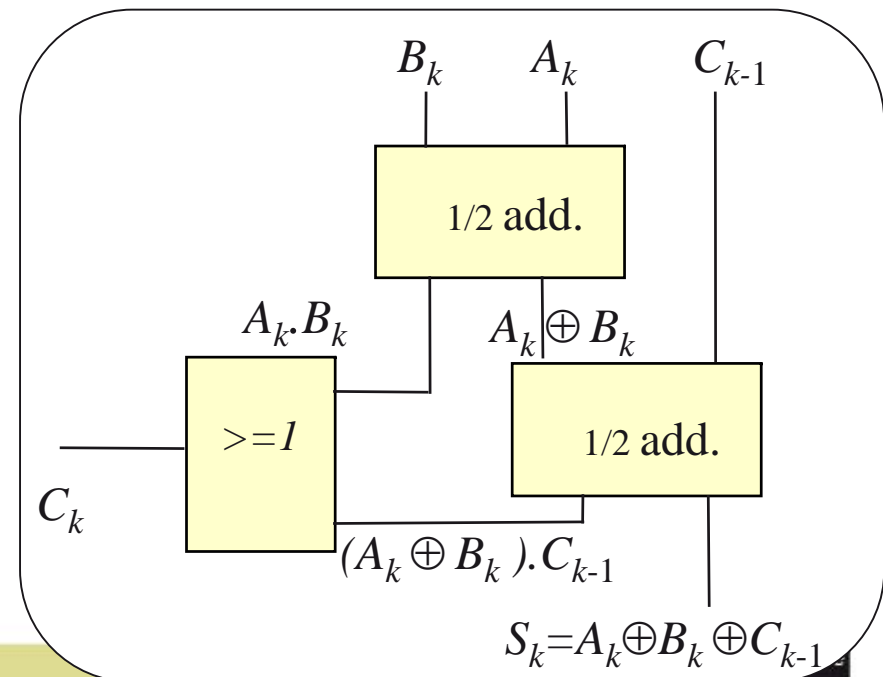
retenue sortante

somme

Équations logiques de l'additionneur complet:

$$S_k = A_k \oplus B_k \oplus C_{k-1}$$

$$C_k = A_k \cdot B_k + (A_k \oplus B_k) C_{k-1}$$

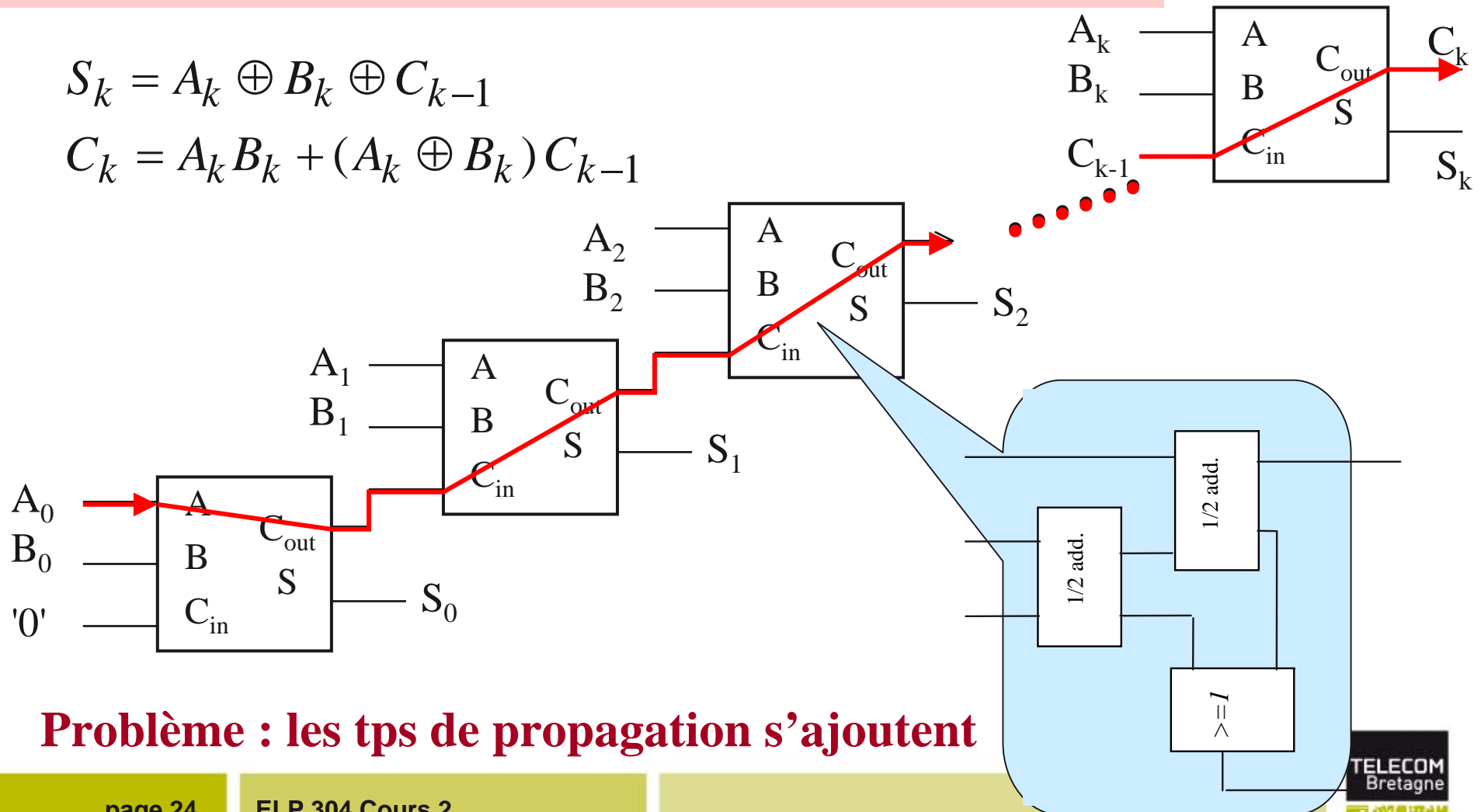


Les opérateurs arithmétiques : les additionneurs

Additionneurs à retenue propagée (*ripple-carry adder*)

$$S_k = A_k \oplus B_k \oplus C_{k-1}$$

$$C_k = A_k B_k + (A_k \oplus B_k) C_{k-1}$$



Problème : les tps de propagation s'ajoutent

Les opérateurs arithmétiques : les additionneurs

Additionneurs à retenue anticipée (*carry look-ahead adder*)

Principe : le calcul des retenues est fait directement à partir des entrées

avantage : calculs en parallèle → gain en rapidité

inconvenient : plus de portes logiques → coût en complexité matérielle

$$C_k = A_k B_k + (A_k \oplus B_k) C_{k-1}$$

Calcul de la retenue anticipée :

$$C_k = G_k + P_k C_{k-1} \quad (1)$$

avec

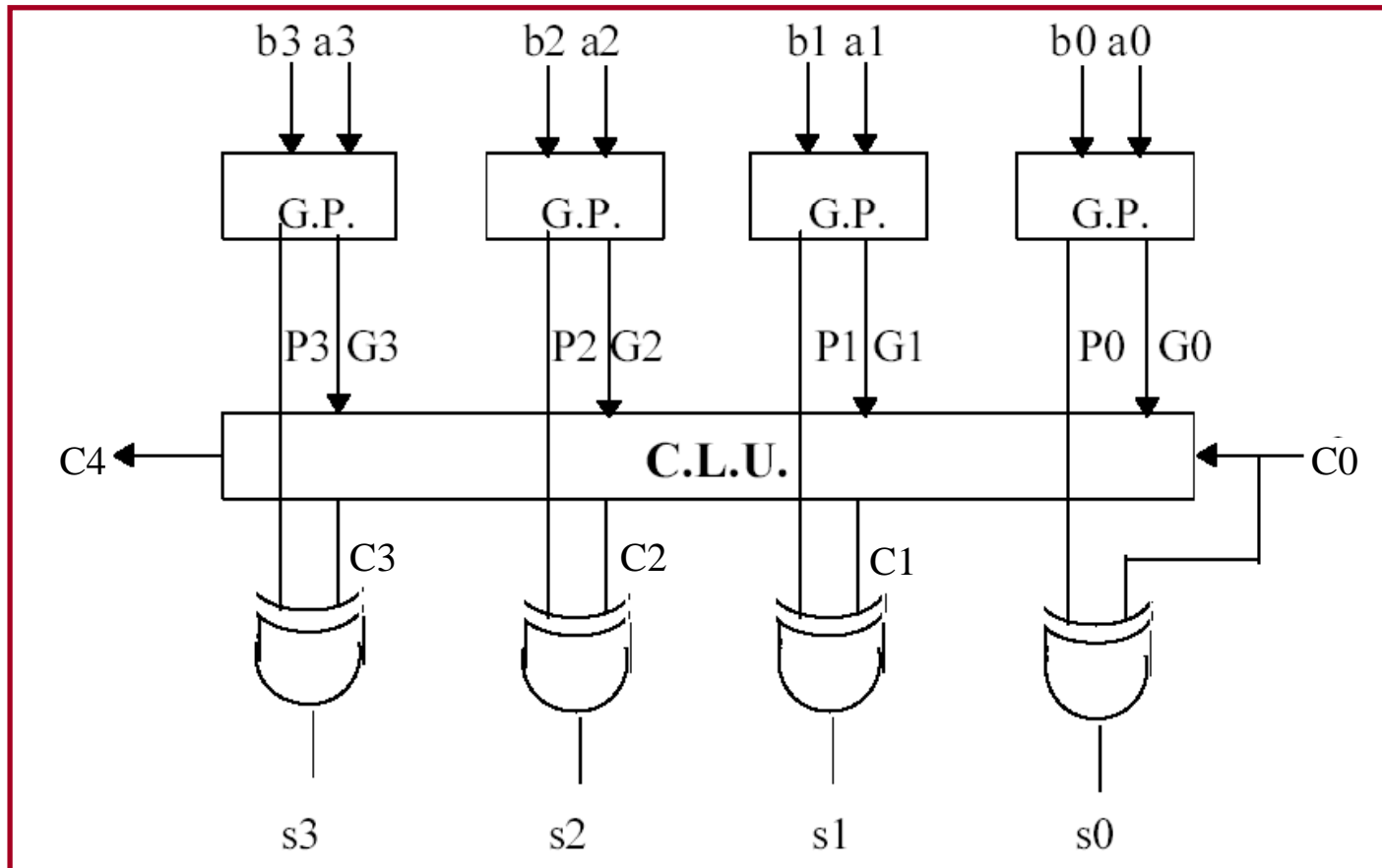
$G_k = A_k B_k$: terme de génération

$P_k = A_k \oplus B_k$: terme de propagation

Puis, développement de (1) par récurrence

Les opérateurs arithmétiques : les additionneurs

Additionneurs à retenue anticipée (*carry look-ahead adder*)



$$C_4 = G_3 + P_3(G_2 + P_2(G_1 + P_1(G_0 + C_0P_0)))$$

Les opérateurs arithmétiques : les multiplieurs

Multiplication binaire

×

A_3 A_2 A_1 A_0

B_3 B_2 B_1 B_0

Porte AND

A_3B_0 A_2B_0 A_1B_0 A_0B_0

+

A_3b_1

A_2B_1 A_1B_1 A_0B_1

Additionneur

+

A_3B_2 A_2B_2 A_1B_2 A_0B_2

+

A_3B_3 A_2B_3 A_1B_3 A_0B_3

P_7

P_6

P_5

P_4

P_3

P_2

P_1

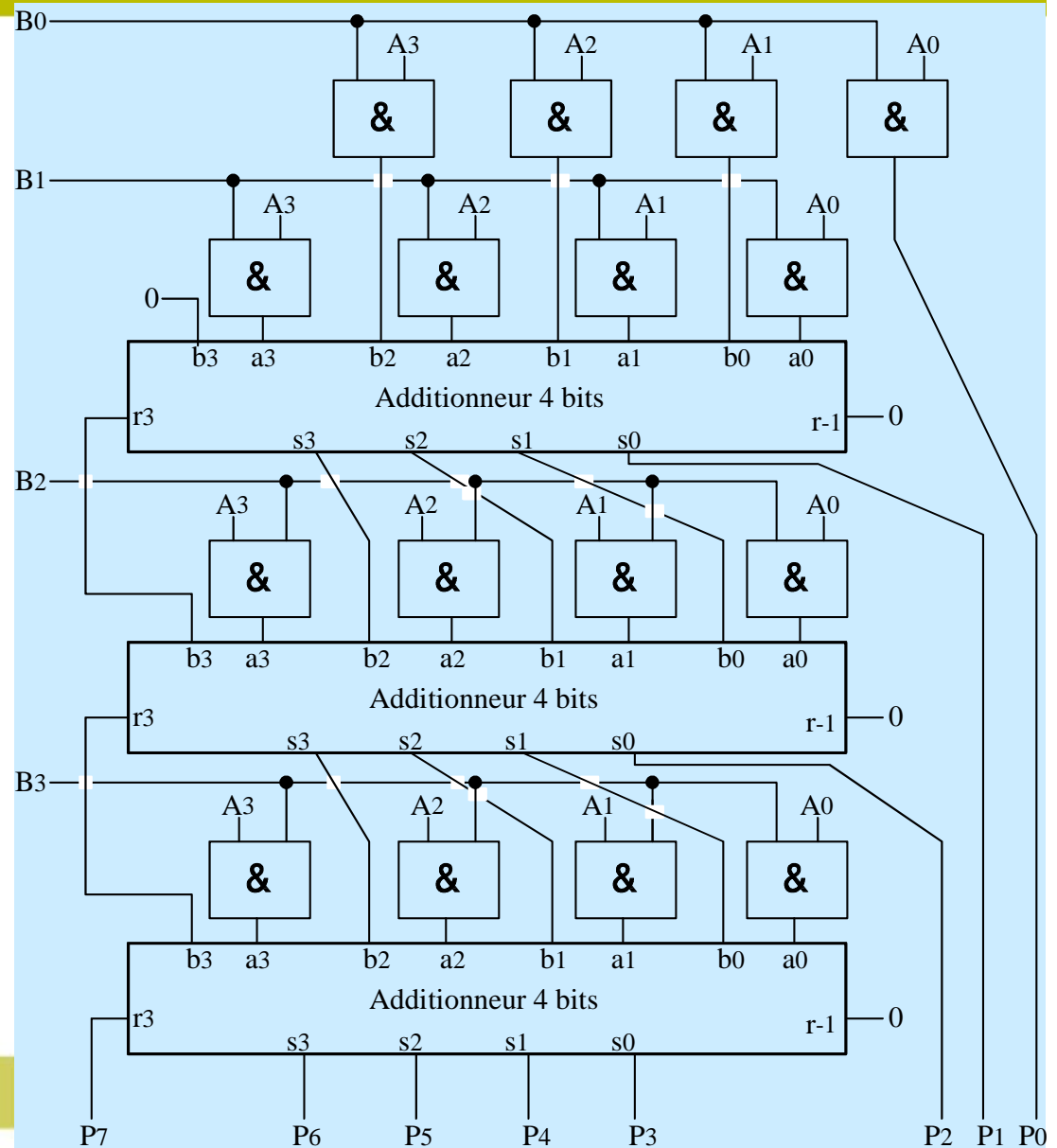
P_0



Les opérateurs arithmétiques : les multiplieurs

Solution combinatoire

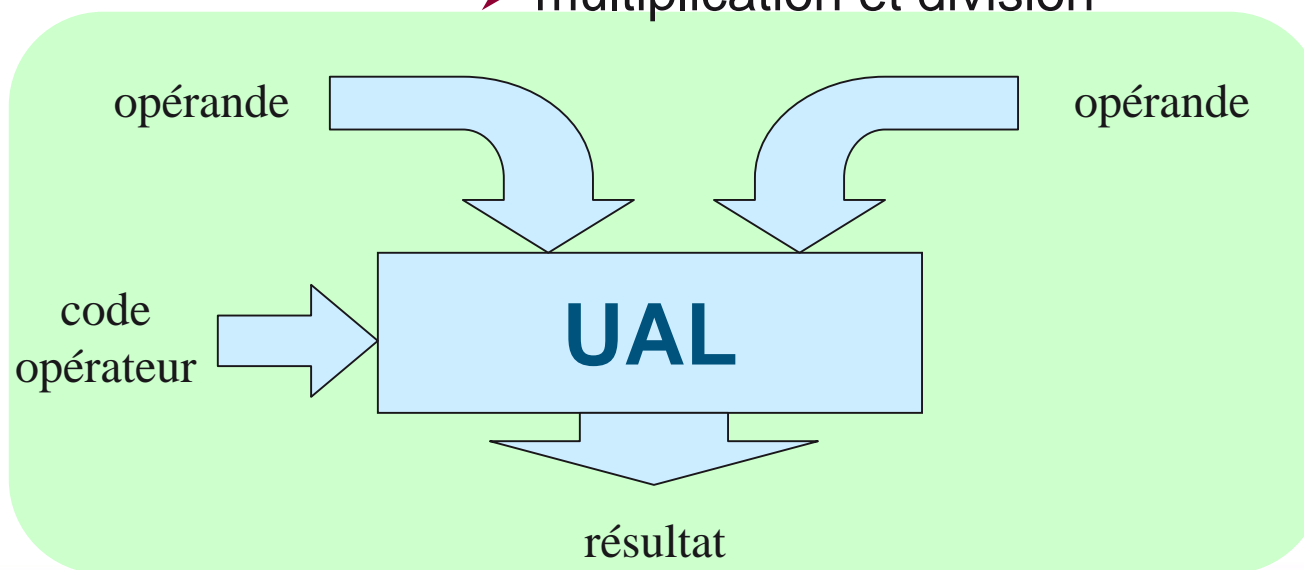
Réseau de portes ET
et
d'additionneurs binaires



Les opérateurs arithmétiques : les Unités Arithmétiques et Logiques (UALs)

composants capables d'effectuer un ensemble d'opérations arithmétiques. Nous pouvons distinguer 4 types de fonction

- opérations logiques de base
- comparaison et décalage
- addition et soustraction
- multiplication et division



Les n entrées de sélection ou de commande permettent de sélectionner une opération parmi 2^n .

Les opérateurs arithmétiques : les Unités Arithmétiques et Logiques (UALs)

Exemple : le circuit xx382

- Les entrées de commande S_2 S_1 S_0 permettent de sélectionner une opération parmi 8.
 - ◆ Opérations arithmétiques: A plus B , A moins B , B moins A
 - ◆ Opérations logiques: $XOR(A,B)$, A ou B , A et B
 - ◆ Mise à 0 (Clear), Mise à 1 (Preset)
- Opérandes: A et B sur 4 bits.
- C_n : retenue entrante; C_{n+4} : retenue sortante
- OVR (Overflow): indicateur de dépassement de capacité.

